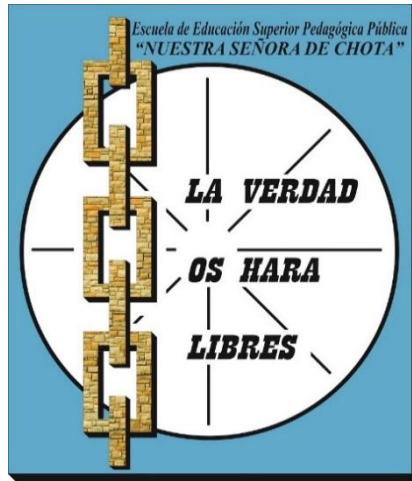


**ESCUELA DE EDUCACIÓN SUPERIOR PEDAGÓGICA PÚBLICA
“NUESTRA SEÑORA DE CHOTA”**



TRABAJO DE INVESTIGACIÓN
EL APRENDIZAJE DE CUERPOS GEOMÉTRICOS EN
EDUCACIÓN SECUNDARIA
PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE BACHILLER EN
EDUCACIÓN
PROGRAMA DE ESTUDIOS DE EDUCACIÓN SECUNDARIA,
ESPECIALIDAD MATEMÁTICA

AUTORES

WILLY OVERLY BARBOZA ESTELA <https://orcid.org/0000-0001-9902-7702>
ELGER ALEXANDER VÁSQUEZ YNOSTROZA <https://orcid.org/0009-0003-0972-2683>

ASESOR

MG. WILMER BURGA MUÑOZ <https://orcid.org/0000-0002-8913-8385>

ÍNDICE DE SIMILITUD

Reporte de similitud

NOMBRE DEL TRABAJO

**ESTADO DEL ARTE BARBOZA - VÁSQUE
Z.docx**

RECUENTO DE PALABRAS

7653 Words

RECUENTO DE PÁGINAS

21 Pages

FECHA DE ENTREGA

Sep 28, 2025 8:14 PM CST



RECUENTO DE CARACTERES

45256 Characters

TAMAÑO DEL ARCHIVO

136.7KB

FECHA DEL INFORME

Sep 28, 2025 8:14 PM CST

● 16% de similitud general

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para cada base de datos.

- 10% Base de datos de Internet
- Base de datos de Crossref
- 11% Base de datos de trabajos entregados
- 6% Base de datos de publicaciones
- Base de datos de contenido publicado de Crossref

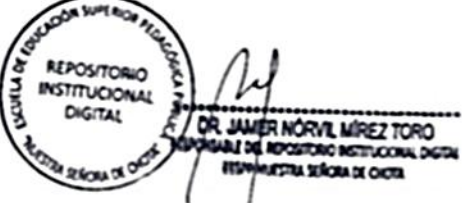
● 16% de similitud general

Principales fuentes encontradas en las siguientes bases de datos:

- 10% Base de datos de Internet
- Base de datos de Crossref
- 11% Base de datos de trabajos entregados
- 6% Base de datos de publicaciones
- Base de datos de contenido publicado de Crossref

FUENTES PRINCIPALES

Las fuentes con el mayor número de coincidencias dentro de la entrega. Las fuentes superpuestas no se mostrarán.

1	coursehero.com Internet		1%
2	investigacion.uniroja.es Internet		<1%
3	Universidad de Nebrija on 2025-06-24 Submitted works		<1%
4	ciencialatina.org Internet		<1%
5	BENEMERITA UNIVERSIDAD AUTONOMA DE PUEBLA BIBLIOTECA on ... Submitted works		<1%
6	repositorio.unsaac.edu.pe Internet		<1%
7	slideshare.net Internet		<1%



ESTADO DEL ARTE BARBOZA - VÁSQUEZ.docx

-  PPD-MATEMÁTICA
-  PPD-MATEMÁTICA
-  Universidad Nacional de Ingeniería

Detalles del documento

Identificador de la entrega

trn.oid.:26663504751588

21 páginas

Fecha de entrega

28 sept 2025, 20:14 GMT-6

7653 palabras

Fecha de descarga

29 sept 2025, 15:44 GMT-6

45.256 caracteres

Nombre del archivo

ESTADO DEL ARTE BARBOZA - VÁSQUEZ.docx

Tamaño del archivo

136.7 KB

*% detectado como IA

La detección de IA incluye la posibilidad de que haya falsos positivos. Aunque cierto texto en esta entrega se generó probablemente con IA, los puntajes inferiores al umbral del 20 % no aparecen porque tienen una mayor probabilidad de falsos positivos.

Precaución: Se necesita revisión.

Es esencial comprender los límites de la detección de IA antes de tomar decisiones acerca del trabajo del estudiante. Te alentamos a obtener más información acerca de las funciones de detección de IA de Turnitin antes de usar la herramienta.

Aviso legal

Nuestra evaluación de escritura con IA está diseñada para ayudar a los académicos a identificar texto que podrían haberse preparado mediante una herramienta de IA generativa. Es posible que nuestra evaluación de escritura con IA no siempre sea precisa (existe la posibilidad de que identifique erróneamente redacciones probablemente generadas por humanos como generadas por IA, y redacciones probablemente generadas por IA como generadas por humanos), por lo que no debe usarse como único fundamento para aplicar sanciones a un estudiante. Para determinar si es un caso de deshonestidad académica, se necesita de un examen de juicio humano, junto con la aplicación de las políticas académicas específicas de la organización.

Preguntas frecuentes

¿Cómo debería interpretar los falsos positivos y el porcentaje de escritura con IA de Turnitin?

El porcentaje que se muestra en el reporte de escritura con IA es la cantidad del texto calificado en la entrega que el modelo de detección de escritura con IA de Turnitin determina se generó probablemente con IA desde un modelo de lenguaje de gran tamaño.

Los falsos positivos (que marcan incorrectamente alertas de texto escrito por humanos como generado con IA) son una posibilidad en los modelos de IA.

Los puntajes de detección de IA inferiores al 20 %, que no aparecen en reportes nuevos, tienen una mayor probabilidad de ser falsos positivos. Para reducir la probabilidad de malinterpretación, no se atribuye ningún puntaje o resaltado y se indican con un asterisco en el reporte (*%).

El porcentaje de escritura con IA no debe ser el único fundamento para determinar si ha ocurrido una mala conducta. El revisor/instructor debería usar el porcentaje como un medio para iniciar una conversación formativa con sus estudiantes o usarlo para examinar el ejercicio entregado según las políticas de la escuela.

¿Qué significa 'texto calificado'?

Nuestro modelo sólo procesa texto calificado en la forma de escritura de formato largo. La escritura de formato largo se refiere a los enunciados individuales en párrafos que constituyen una parte más grande del trabajo escrito, como un ensayo, una disertación, un artículo, etc. El texto calificado que se ha determinado que se generó probablemente con IA se resaltarán en color cyan en la entrega.

El texto no calificado, como viñetas, bibliografías comentadas, etc., no se procesará y puede crear disparidad entre los puntos destacados de la entrega y el porcentaje mostrado.



DR. JAMER NORVIL MIREZ TORO
RESPONSABLE DEL REPOSITORIO INSTITUCIONAL DIGITAL
EESPP NUESTRA SEÑORA DE COTA



Índice

Resumen.....	vii
Abstract.....	viii
Introducción	ix
1. Concepción del aprendizaje de cuerpos geométricos	11
1.1. Definición y caracterización de cuerpos geométricos.	11
1.2. Aprendizaje de cuerpos geométricos y resolución de problemas.	12
2. Teorías psicopedagógicas y modelos de aprendizaje.....	13
2.1. Teoría conductista.....	13
2.2. Teoría del constructivismo.....	14
2.3. Teoría del cognitivismo	15
2.4. Teoría de resolución de problemas	16
2.5. Teoría de las situaciones didácticas	17
2.6. Modelo de Van Hiele para el aprendizaje de la geometría	18
3. Estrategias y recursos en el aprendizaje de cuerpos geométricos.....	19
3.1. Estrategias para el aprendizaje de cuerpos geométricos	19
3.1.1. Resolución paso a paso	19
3.1.2. Uso de fórmulas geométricas.....	20
3.1.3. Descomposición en figuras conocidas	20
3.1.4. Visualización y representación gráfica	21
3.2. Recursos digitales y tecnológicos en la enseñanza de cuerpos geométricos	22
3.2.1. GeoGebra para el aprendizaje de cuerpos geométricos	22
3.2.2. SketchUp en la visualización de cuerpos geométricos	23
3.2.3. Cabri 3D para modelar y construir cuerpos geométricos.....	24
3.2.4. Realidad aumentada y cuerpos geométricos	25
Reflexiones finales.....	26
Referencias bibliográficas.....	29
Anexos	31

Resumen

Uno de los problemas en el aprendizaje de la matemática es la enseñanza de los cuerpos geométricos, lo que representa un desafío persistente y una oportunidad clave para desarrollar el pensamiento espacial y crítico en los estudiantes. Frente a esto, surge la siguiente pregunta: ¿cuáles son las estrategias y recursos que se han utilizado en el periodo 2015–2024 para favorecer el aprendizaje de cuerpos geométricos en educación secundaria? Por lo tanto, el objetivo general es analizar las estrategias y recursos que se han utilizado en el periodo 2015–2024 para favorecer el aprendizaje de cuerpos geométricos en educación secundaria y, como objetivos específicos, se plantean: analizar las definiciones y caracterización en el aprendizaje de los cuerpos geométricos, describir las teorías que favorecen el aprendizaje de los cuerpos geométricos e identificar las estrategias didácticas y recursos tecnológicos utilizados en la enseñanza-aprendizaje de los cuerpos geométricos. Se trata de un estudio documental, que permite sistematizar conocimientos previos y construir una visión crítica sobre el estudio didáctico de los cuerpos geométricos. La revisión se sustentó en fuentes académicas procedentes de bases como Google Scholar, Scopus, SciELO, Redalyc y Dialnet, abarcando artículos científicos, tesis de pregrado, maestría y doctorado, y libros especializados. El análisis mostró que hay una creciente adopción de tecnología educativa, pero aún existen brechas en la documentación de experiencias prácticas con tecnología educativa en ámbitos rurales, pues los estudios revisados se realizaron en ámbitos urbanos.

Palabras clave: estrategias y recursos, enseñanza-aprendizaje, cuerpos geométricos.

Abstract

One of the problems in learning mathematics is the teaching of geometric bodies, which represents a persistent challenge and a key opportunity to develop spatial and critical thinking in students. Faced with this, the following question arises: what are the strategies and resources that have been used in the period 2015–2024 to promote the learning of geometric bodies in secondary education? Therefore, the general objective is to analyze the strategies and resources that have been used in the period 2015–2024 to promote the learning of geometric bodies in secondary education and, as specific objectives, the following are proposed: to analyze the definitions and characterization in the learning of geometric bodies, to describe the theories that favor the learning of geometric bodies and to identify the didactic strategies and technological resources used in secondary education. teaching-learning of geometric bodies. It is a documentary study, which allows systematizing previous knowledge and building a critical vision on the didactic study of geometric bodies. The review was based on academic sources from databases such as Google Scholar, Scopus, SciELO, Redalyc and Dialnet, covering scientific articles, undergraduate, master's and doctoral theses, and specialized books. The analysis showed that there is a growing adoption of educational technology, but there are still gaps in the documentation of practical experiences with educational technology in rural areas, since the studies reviewed were carried out in urban areas.

Keywords: strategies and resources, teaching-learning, geometric bodies.

Introducción

El presente estudio de investigación, titulado “*El aprendizaje de cuerpos geométricos en educación secundaria*” propone analizar diversas propuestas didácticas que se han implementado en la enseñanza de la geometría espacial durante los últimos diez años, específicamente de los cuerpos geométricos. Esta revisión ofrece una visión constructiva y a la vez crítica sobre la propuesta didáctica y los enfoques metodológicos empleados por profesores de educación secundaria, así como los marcos teóricos que han influido en estas prácticas dentro de los contextos escolares.

A pesar de que existe una valoración teórica importante por la propuesta didáctica educativa basada en la resolución de problemas en el estudio de la geometría, todavía encontramos en la escuela moderna problemas en la enseñanza de los cuerpos geométricos, como su escasa vinculación al entorno, la inutilización de materiales tecnológicos y la insuficiente utilización de estrategias que fomenten la autonomía y la creatividad en los estudiantes (Quispe, 2020; Oblitas, 2021; Palomino, 2020).

Por ello, surge la siguiente interrogante: ¿cuáles son las estrategias y recursos que se han utilizado en el periodo 2015–2024 para favorecer el aprendizaje de los cuerpos geométricos en educación secundaria? En consecuencia, su objetivo general es analizar las estrategias y recursos que se han utilizado en el periodo 2015–2024 para favorecer el aprendizaje de los cuerpos geométricos en educación secundaria. Los objetivos específicos, se plantean analizar las definiciones y caracterización en el aprendizaje de los cuerpos geométricos, describir las teorías que favorecen al aprendizaje de los cuerpos geométricos e identificar las estrategias didácticas y recursos tecnológicos utilizados en la enseñanza-aprendizaje de los cuerpos geométricos.

La investigación se llevó a cabo utilizando un enfoque cualitativo documental, que implica la localización, selección, organización, análisis e interpretación de la información contenida en artículos académicos de un tema específico (Hernández et al., 2014). La ejecución de un análisis documental posibilitó un análisis crítico del conocimiento, con el objetivo de comprender las tendencias y vacíos asociados a la problemática tratada. La revisión bibliográfica se realizó aplicando criterios de inclusión como el intervalo temporal 2015–2024; el idioma español, inglés y portugués; así mismo, se utilizaron palabras clave como geometría del espacio, aprendizaje de cuerpos geométricos, Solids of Revolution y Solid Geometry. Para ello, se recurrió a se recurrió a repositorios universitarios, nacionales e internacionales; donde se consultaron principalmente fuentes como tesis y artículos alojados en las siguientes bases

de datos: Dialnet, Alicia Concytec, Scielo, Google Académico, Renati, entre otros. Las fuentes consideradas son tesis de pregrado, maestría y doctorado, artículos científicos y capítulos de libros especializados en educación matemática. Estas investigaciones provienen en su mayoría de América Latina y Malasia. Luego, se organizó la información en una matriz de sistematización y análisis, priorizando estudios empíricos realizados en educación secundaria.

Al analizar las fuentes, se evidenció en los diferentes estudios que las tecnologías digitales como GeoGebra, SketchUp, Cabri 3D y realidad aumentada, junto con enfoques teóricos como el modelo de Van Hiele y la resolución de problemas, fortalecen eficientemente en los estudiantes el desarrollo del pensamiento espacial. Estos facilitan comprender, visualizar mejor los cuerpos geométricos y fomentan un aprendizaje más activo y significativo. Si bien es cierto que el análisis mostró que hay una creciente adopción de tecnologías educativas, aún siguen existiendo brechas en la documentación de experiencias prácticas con tecnología educativa en ámbitos rurales, pues los estudios revisados en su mayoría se realizaron en ámbitos urbanos.

El trabajo de investigación está dividido en tres secciones. En la primera, se redacta la fundamentación teórica de los cuerpos geométricos y su enseñanza a partir de la metodología de resolución de problemas. En la segunda, se sustentan las principales teorías psicopedagógicas y modelos de aprendizaje que fueron utilizados en los estudios que se analizaron. En la tercera, se analizan las estrategias didácticas, los recursos digitales y tecnológicos utilizados para la resolución de problemas con cuerpos geométricos. Finalmente, se incorporan las reflexiones finales de los desafíos y perspectivas en relación con la enseñanza-aprendizaje de la geometría espacial, la reflexión personal de los autores, las referencias bibliográficas y la matriz de análisis documental que respalda la revisión realizada.

1. Concepción del aprendizaje de cuerpos geométricos

1.1. Definición y caracterización de cuerpos geométricos.

Los cuerpos geométricos son figuras tridimensionales que poseen largo, ancho y altura, volumen y ocupan espacio. Estudiar estas formas geométricas permite a los estudiantes entender las estructuras, dimensiones y formas presentes en la vida real. De Sousa *et al.* (2021) mencionan que avanzar de la geometría plana a la geometría espacial representa un cambio significativo en la forma de percibir y razonar sobre las figuras geométricas, que puede resultar más fácil si se utilizan recursos tecnológicos como GeoGebra.

Es importante comprender las diferencias entre figuras planas y cuerpos geométricos. Las figuras planas, como los triángulos, cuadriláteros, círculos, etc., se caracterizan por poseer únicamente dos dimensiones: largo y ancho. En cambio, los cuerpos geométricos, prismas, pirámides o sólidos de revolución, incorporan una tercera dimensión, altura, lo que permite medir no solo el área, sino también el volumen. De acuerdo a Mena (2021), la transición bidimensional a lo tridimensional suele representar un reto para los estudiantes, pues requiere el desarrollo de la percepción visual, espacial y pensamiento abstracto.

La enseñanza de los cuerpos geométricos y sus propiedades requiere integrar tanto la comprensión espacial como el uso de la tecnología apropiada, con el propósito de facilitar la transición del entendimiento bidimensional 2D hacia la tridimensional 3D (De Sousa *et al.*, 2021). Desde una perspectiva didáctica, los cuerpos geométricos se clasifican principalmente en dos grupos: cuerpos poliédricos y cuerpos redondos. Poliedros: Son objetos sólidos limitados por superficies planas poligonales. Estos incluyen prismas, poliedros regulares y pirámides, cuyos elementos son precisamente caras, aristas y vértices. Cuerpos redondos: Son sólidos que contienen al menos una superficie curva. Estos pueden ser: cilíndricos, cónicos y esféricos.

Una categoría especial de cuerpos redondos la constituyen los sólidos de revolución, que son aquellos generados por el movimiento rotatorio de una figura plana alrededor de un eje, como sucede con un rectángulo que, al girar alrededor de uno de sus lados, se transforma en cilindro. Este tipo de representación se facilita mediante software como GeoGebra, que permite la construcción y visualización dinámica de figuras tridimensionales, lo cual refuerza la percepción geométrica del estudiante (De Sousa *et al.*, 2021). Es fundamental que estos tipos de cuerpos sean también considerados, no solo las formas más didácticas como cubos y conos, sino también estructuras más complejas como botellas o componentes mecánicos, que también

son cuerpos de revolución. Como estrategia didáctica se sugiere la utilización de métodos que contemplan lo visual, lo manipulativo y lo digital de forma integrada. Esto promueve el aprendizaje significativo porque brinda la oportunidad al estudiante de construir el conocimiento de manera práctica, en este caso, usando GeoGebra (Oyervide-Jumbo y Vergara-Ibarra, 2023).

1.2. Aprendizaje de cuerpos geométricos y resolución de problemas.

La enseñanza de cuerpos geométricos en el aula representa un desafío educativo, ya que los estudiantes no comprenden conceptos espaciales. En este contexto, la resolución de problemas permite el aprendizaje de los cuerpos geométricos, porque involucra la representación tridimensional, la abstracción de conceptos matemáticos y el uso del pensamiento crítico y no solo el uso de fórmulas o algoritmos matemáticos. Para Guzmán (2019), la resolución de problemas en el área de matemática es un enfoque novedoso y eficiente, donde el estudiante aplica sus habilidades y conocimientos para solucionar todo tipo de problemas de la vida real. El proceso de resolución de problemas implica cuatro etapas: comprensión del problema, diseño de estrategias, ejecución y, finalmente, revisión y validación de resultados. Este tipo de metodología es muy enriquecedora en el aprendizaje de cuerpos geométricos, ya que permite que el estudiante comprenda y analice el problema, elija y aplique los procedimientos correctos para solucionarlo y juzgue la adecuación y precisión de la solución obtenida.

Actualmente, la resolución de problemas es un proceso de aprendizaje por el cual estudiantes van adquiriendo competencias de forma progresiva. Al respecto, el Ministerio de Educación del Perú (MINEDU, 2015), en las Rutas del Aprendizaje, indica que este proceso implica el desarrollo gradual de habilidades para llevar a cabo la solución de problemas, y luego transferir su aprendizaje a otros contextos. Esta información fue reforzada en el Currículo Nacional de Educación Básica (CNEB, 2016) al definir como enfoque de área de matemática la resolución de problemas, ya que es una manera de aprender haciendo uso de contextos, razonando, creando y pensando críticamente. Este enfoque es evidenciado cuando los estudiantes resuelven problemas matemáticos que implican figuras y cuerpos geométricos, activan procesos cognitivos para analizarlos, modelarlos, comunicarlos y justificarlos, desarrollando una comprensión práctica de la geometría. De esta manera, la enseñanza-aprendizaje de la geometría en la Educación Básica Regular (EBR) desarrolla en los estudiantes la capacidad de razonar y resolver problemas en contextos diversos, manipulando formas, cuerpos, relaciones espaciales y propiedades geométricas.

Actualmente, en el Perú, el aprendizaje de los cuerpos geométricos se desarrolla a través de la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización, combinando cuatro capacidades: modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones; comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas; usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio y argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas. Estas capacidades facilitan al estudiante no solo adquirir conocimiento, sino a relacionar la geometría con situaciones reales de su día a día.

2. Teorías psicopedagógicas y modelos de aprendizaje

2.1. Teoría conductista

Desde el enfoque conductista, el aprendizaje se explica como producto del condicionamiento y el refuerzo. La repetición y la asociación estímulo-respuesta constituyen elementos centrales (Skinner, 1970, como se citó en Duarte, 2018). Para Ccasa y Vargas (2024) la teoría conductista brinda un marco útil para crear actividades de enseñanza-aprendizaje significativas en la resolución de problemas geométricos; al enfocarse en la práctica repetitiva, el refuerzo, la descomposición de habilidades, el modelado y la práctica guiada, los docentes pueden contribuir a que los estudiantes desarrollen habilidades sólidas en el campo geométrico. Duarte (2018) menciona que Skinner destacó la predicción y la regulación del comportamiento, definiendo que el aprendizaje se compone de respuestas observables ante estímulos externos, lo que permitió la creación de espacios educativos con actividades sistemáticas y resultados que se pueden medir. Posteriormente, Duarte (2018) afirman que Skinner introdujo el concepto de reforzamiento operante, donde el comportamiento es obtenido a través de estímulos, promoviendo de esta manera aprendizajes repetitivos y mecánicos que resultaban eficientes para tareas específicas.

En relación con la teoría anterior, Meza, (2021, como se citó en Ccasa y Vargas, 2024), en su estudio concluyeron que el conductismo se centra en observar e identificar las respuestas físicas básicas frente a estímulos, teniendo en cuenta que el comportamiento era una reacción motora instantánea. Desde este enfoque, se presentó al pensamiento como una adaptación mecánica evolutiva común en todos los seres vivos. En el ámbito de la Educación Básica Regular (EBR), especialmente en el contexto del aprendizaje de cuerpos geométricos, el enfoque conductista demostró resultados positivos. Del mismo modo, en la investigación realizada por Gallo (2021, como se citó en Ccasa y Vargas, 2024), se observaron resultados significativos en los estudiantes que recibieron explicación basada en principios conductistas;

lograron identificar eficientemente figuras tridimensionales. La articulación sistemática de exposiciones, la distribución planificada de ejercicios repetitivos y la provisión de retroalimentación fueron determinantes para que los estudiantes adquiriesen concepciones avanzadas de la geometría.

2.2. Teoría del constructivismo

El constructivismo enfatiza que el conocimiento se construye activamente a través de la interacción social y la experiencia personal. Uno representante clave, Vygotsky (1978, como citó en Pedraza, 2022) desarrolló la zona de desarrollo próximo (ZDP) como la brecha entre lo que el aprendiz puede hacer sin ayuda y lo que puede hacer con guía, lo que fomenta el aprendizaje en entornos colaborativos; Además, propone que cada persona tiene su propia zona de desarrollo próximo (ZDP). En su ZDP estará en condiciones de aprender lo que se encuentre próximo a su nivel de desarrollo, pero otras cosas que están muy alejadas de éste necesitarán de un apoyo exterior para ser aprendidas o quedarán fuera de su alcance. Delimitar y ampliar la ZDP, es la meta del maestro. En contraste, Piaget (1969, como se citó en Pedraza, 2022) manifiesta que el conocimiento se va construyendo a diario en la interacción de los factores cognitivos y sociales, en un proceso permanente que ocurre en cualquier contexto donde el estudiante interactúa. Este modelo considera al ser humano como un agente capaz de procesar la información que toma del entorno, interpretándola de acuerdo a la información que ya posee, para transformarlo en un nuevo conocimiento; es decir, el conocimiento previo del estudiante le permite bajo ciertas condiciones construir nuevos conocimientos. Así mismo, Hulse (1982, como se citó en Gonzales y Ruíz, 2017) menciona que Piaget consideró que el estudiante desde su nacimiento, y a través del desarrollo de su inteligencia, va construyendo sus estructuras cognitivas mediante la interacción activa con el medio que lo rodea. Un ambiente que le proporciona gran cantidad de información, algunas de las cuales corresponden al nivel de su estructura cognitiva y otras que le generan un conflicto cognitivo: asimilación, reorganización y acomodación.

La teoría mencionada fue empleada en estudios como el de Quispe (2023), al emplear la ZDP de Vygotsky con la ayuda de tutores para la elaboración de proyectos con formas geométricas, los estudiantes alcanzaron niveles de comprensión más sobresalientes. El uso continuo de este método muestra avances positivos en las capacidades de los estudiantes para conceptualizar y manejar figuras tridimensionales. De manera similar, Pedraza (2022) realizó un taller con perspectiva constructivista donde los estudiantes elaboraron maquetas con prismas y pirámides, lo cual derivó en aprendizajes significativos, profundos y transferibles. Esta

experiencia educativa demostró que la elaboración manual de elementos geométricos promueve la asimilación de conceptos abstractos y genera aprendizajes significativos a largo plazo. Para concluir, los tres representantes de la teoría están de acuerdo en que el estudiante es el eje central de su proceso educativo. Esta perspectiva conjunta definió un marco teórico que modificó la percepción sobre la forma en que se debe realizar el proceso de enseñanza-aprendizaje y cómo el estudiante obtiene el saber matemático.

2.3. Teoría del cognitivismo

La teoría cognitivista manifiesta que el aprendizaje constituye un proceso interno que conlleva la obtención, almacenamiento y recuperación de la información por el estudiante. Según lo expuesto en el enfoque de Jean Piaget (1970, como se citó en Quispe, 2020) plantea que el aprendizaje se produce mediante procesos de asimilación y acomodación, considerando los cuerpos geométricos como elementos fundamentales para que los estudiantes construyan esquemas mentales a través de la manipulación y exploración espacial. Sus estudios demuestran que la interacción con objetos manipulables tridimensionales aporta a la comprensión de conceptos abstractos en los estudiantes.

Ausubel (1983, como se citó en Chávez, 2022) planteó la teoría del aprendizaje significativo, en la cual el nuevo conocimiento se almacena en estructuras cognitivas preexistentes del individuo. Esto fue determinante al abordar nociones como vértices, aristas y caras de cuerpos tridimensionales, al poder asociarlas con conocimientos previos de geometría que poseen los estudiantes. Mientras que Bruner (1960, como se citó en Leon y Guachun, 2024), menciona que el aprendizaje se genera cuando el estudiante interactúa para resolver un problema o situación del contexto en el que vive, esta metodología a través de la progresión por representaciones activas, icónicas y simbólicas, favorece que los estudiantes interioricen y mejoren la comprensión de la geometría, comenzando por la experiencia concreta y avanzando hacia niveles de comprensión más abstractos.

En la investigación de Oblitas (2021) menciona que, para el maestro, el aprendizaje significativo de Ausubel permite reconocer en el estudiante sus conocimientos, habilidades, destrezas, valores y hábitos adquiridos para utilizarlos en las situaciones que se le presentan en el contexto escolar, logrando relacionar la información previa con la nueva y construir una nueva estructura cognitiva. Así mismo, el maestro es el estratega que planifica y ejecuta un conjunto de procedimientos, técnicas y comportamientos que provocan respuestas positivas, intentando llegar a la sensibilidad del estudiante. Por su parte, Quispe (2020), siguiendo el

enfoque de Piaget, empleó recursos manipulativos como recurso para fomentar el aprendizaje a través de la exploración, lo que permitió la comprensión y construcción de conceptos espaciales y geométricos por parte de los estudiantes, logrando captar de manera intuitiva propiedades geométricas complejas.

Según Ccasa y Vargas (2024), la teoría cognitiva ha brindado a los estudiantes un enfoque integral y asertivo del aprendizaje, que incluyó la asimilación y sistematización activa de sus aprendizajes, empleando los saberes previos, la metacognición y la resolución de problemas contextualizados, elementos cruciales para la mejora del pensamiento geométrico espacial. Asimismo, Chávez (2022), con su estudio complementa y enriquece el enfoque cognitivista, resaltando cómo este enfoque transforma la educación tradicional hacia modelos centrados en los procesos mentales del estudiante. Su investigación determina que la implementación de principios cognitivos en el aprendizaje de la geometría tridimensional propició la comprensión conceptual y la capacidad para resolver problemas.

2.4. Teoría de resolución de problemas

La resolución de problemas constituye una de las estrategias metodológicas empleadas en el proceso de instrucción matemática, dado que fomenta el razonamiento, el fomento del pensamiento crítico, la creatividad y la autonomía. Los principales representantes de esta teoría son George Pólya y Alan Schoenfeld. Según Pólya (1945, como se citó en Gaitán et al., 2021), propuso un método heurístico de cuatro etapas para resolver problemas: el primero es comprender el problema, luego elaborar un plan; en un tercer paso se ejecuta el plan y, finalmente, analizar la solución obtenida. Pólya mencionó que estos pasos no solo son útiles en matemáticas, sino que también consideró que son aplicables a cualquier tipo de problema en la vida diaria. Además, resalta el papel del docente como guía que acompaña el proceso de aprendizaje, fomentando la metacognición sobre los procesos seguidos para llegar a determinar la solución.

En el espacio de la investigación educativa, muchos autores toman como referencia los aportes de Pólya. Por ejemplo, Gaitán et al., (2021) destaca que lo más importante de la forma de pensar en matemática radica en la actitud adecuada hacia la forma de enfrentar y abordar problemas; lo central en la enseñanza de la matemática es crear estrategias para la resolución de problemas. En el modelo de Schoenfeld (1985, como se citó en López *et al.*, 2023) identificaron cuatro dimensiones principales en la resolución de problemas matemáticos: primero se inicia con la comprensión del problema, que involucra conocimientos previos,

conceptos y algoritmos; luego, diseño de un plan de solución, que incluye las estrategias para abordar problemas; en tercer lugar está ejecutar el plan, donde interviene la capacidad de aplicar el plan de solución y regular el proceso; finalmente, la mirada retrospectiva, que involucra las concepciones sobre las matemáticas y la capacidad autónoma para resolver problemas.

Diversos estudios recientes indican que la implementación de la teoría de resolución de problemas tiene resultados positivos y favorables. En la tesis de Gaitán et al., (2021), muestra que la implementación del método de Pólya para la enseñanza de sólidos geométricos mejoró significativamente sus aprendizajes y rendimiento académico en áreas como pensamiento geométrico, promoviendo el trabajo en equipo y la autonomía. Asimismo, en el estudio de Quispe (2020) utilizó las etapas de Pólya para resolver problemas con cuerpos geométricos, logrando que sus estudiantes mejoren la solución de las situaciones problemas de un contexto real. En tal sentido, los aportes de Pólya y Schoenfeld son la base fundamental para la enseñanza y el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos; estas estrategias aún siguen siendo aplicadas y enriquecidas en investigaciones actuales, permitiendo el desarrollo de competencias en los educandos.

2.5. Teoría de las situaciones didácticas

La teoría de las situaciones didácticas (TSD) fue propuesta por Guy Brousseau (1993, como se citó en Melgarejo et al., 2018) se centra en la construcción del conocimiento matemático por parte del estudiante, en base a la resolución de problemas, interacción con su entorno y el docente. Es en ese proceso donde surgen nuevas respuestas, y precisamente esas respuestas son evidencia de un verdadero aprendizaje. Así mismo, dentro de la TSD, se entiende que una situación didáctica es aquella que el docente prepara de forma intencional, con el objetivo de que los estudiantes logren comprender un conocimiento determinado. En este enfoque, el docente no se limita a transmitir el conocimiento de forma directa, sino que diseña situaciones problemáticas que retan al estudiante y lo obligan a buscar estrategias de solución por sí mismo, comunicar resultados y comprender el proceso realizado. Brousseau identifica varias etapas dentro de una situación didáctica: primero está la acción, donde el estudiante enfrenta directamente al problema; luego viene la formulación, momento donde el estudiante expresa y comunica sus estrategias; otra etapa es la validación; aquí se compara y verifica si las respuestas son correctas o incorrectas. Finalmente, la institucionalización, donde el docente interviene para formalizar y validar los nuevos saberes construidos.

Investigaciones recientes que han aplicado la TSD en contextos educativos obtuvieron resultados significativos. En su estudio, Henao (2020) subrayó que la integración de GeoGebra con la TSD no solo mejoró la comprensión conceptual de los problemas, sino que también mejoró la atención, el rendimiento académico y la predisposición de los estudiantes hacia el aprendizaje de la geometría, consolidándose como una estrategia pedagógica eficaz para optimizar el aprendizaje en cuerpos redondos. Lo que lleva concluir que la TSD ayuda en la comprensión de conceptos matemáticos, fortalece habilidades y conocimientos para resolver problemas, haciendo énfasis en la autonomía del estudiante y su participación activa en situaciones desafiantes de su contexto que les permita lograr un aprendizaje significativo.

2.6. Modelo de Van Hiele para el aprendizaje de la geometría

El modelo de Van Hiele, creado por investigadores y docentes holandeses Pierre y Dina Van Hiele (1957, como se citó en Jara, 2015; Quispe, 2020; Gaitán *et al.* 2021) describe la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes y cómo orientarlos para incrementar la calidad de su razonamiento. El MINEDU (2015) describe una jerarquía de cinco niveles de razonamiento geométrico para que los estudiantes aprendan geometría a través del modelo de Van Hiele: La visualización, donde los estudiantes reconocen figuras por su forma; el análisis, identifican y describen propiedades de forma práctica a través de la experimentación y manipulación; la abstracción, establecen relaciones entre las propiedades de las figuras y descubren cómo unas propiedades se derivan de otras; en la deducción formal, realizan las demostraciones lógicas y formales y, finalmente, el nivel de rigor, el cual implica analizar la complejidad de varios sistemas deductivos y compararlos entre sí; es decir, comprender la geometría en forma abstracta. Avanzar mediante esta jerarquía implica un enfoque de enseñanza creativo, y la presencia de docente no es suficiente. Por tanto, estos niveles son progresivos, y avanzar por ellos conduce a una comprensión más perfilada de la geometría.

Investigaciones respaldan la utilización del modelo de Van Hiele para lograr mejores resultados en el aprendizaje de la geometría. Se ha utilizado en el contexto de cuerpos geométricos en combinación con recursos y herramientas tecnológicas. Quispe (2020) exploró cómo los niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele combinados con el software GeoGebra mejoran el aprendizaje de cuerpos geométricos en estudiantes de secundaria. Tras aplicar esta herramienta, los resultados muestran que todos los estudiantes aprobaron el post test, lo que sugiere que GeoGebra y el modelo de Van Hiele fueron clave para avanzar en los niveles de razonamiento geométrico, al proporcionar visualizaciones dinámicas en la vista 3D. Por su parte, Gaitán *et al.* (2021) también tomaron como referencia el modelo de Van Hiele,

aunque desde una perspectiva un poco distinta. En su estudio, incorporaron los niveles de razonamiento como parte del marco teórico para analizar cómo el uso del modelado 3D y las aplicaciones móviles impactaba en el desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes de octavo grado. A pesar de que estos estudios no se enfocaron exclusivamente en la progresión entre niveles, los resultados evidencian una mejora en la comprensión de figuras tridimensionales como cubos, prismas y pirámides. A partir de los estudios se infiere que el modelo de Van Hiele sirve como una guía que facilita enseñar geometría, lo que permite a los docentes adaptar sus estrategias según la etapa de desarrollo cognitivo en la que se encuentren sus estudiantes.

3. Estrategias y recursos en el aprendizaje de cuerpos geométricos

En la enseñanza-aprendizaje de los cuerpos geométricos, se combina un conjunto de habilidades, como el razonamiento espacial, la visualización y aplicación de conocimientos geométricos en contextos reales y simulados. Por lo que diversas investigaciones sugieren la utilización de estrategias heurísticas y la incorporación de recursos tecnológicos como herramientas pedagógicas para su enseñanza.

3.1. Estrategias para el aprendizaje de cuerpos geométricos

3.1.1. Resolución paso a paso

La estrategia de solución de problemas paso a paso es un proceso secuencial en la enseñanza-aprendizaje de sólidos geométricos, permite resolver problemas de alta demanda cognitiva. Con esta estrategia se logra entender que un problema no se soluciona únicamente aplicando fórmulas, sino que requiere entender los distintos elementos que lo componen. Varias investigaciones indican que guiar a los estudiantes de manera organizada contribuye a promover el razonamiento lógico y promueve el aprendizaje autónomo. Según Palomino (2024), en su investigación de diseño preexperimental, enfatiza la necesidad de asegurar que cada ruta tenga una solución, comenzando desde la identificación de la figura geométrica, pasando por la interpretación de datos y terminando en el cálculo del volumen o área de la forma. Este método se desarrolla mejor cuando los estudiantes cuentan con apoyos visuales y tecnológicos como GeoGebra para verificar visualmente cada paso.

Asimismo, Jara (2015) realizó un estudio con enfoque cuantitativo, cuasiexperimental. Al aplicar el modelo de razonamiento de Van Hiele en un entorno digital, demostró que la enseñanza organizada por niveles de razonamiento mejora la comprensión geométrica siempre que haya una secuencia ordenada y acumulativa de actividades. La propuesta incluye fases

como exploración guiada, estructuración y formalización, lo que demuestra que el aprendizaje se ve significativamente mejorado cuando los estudiantes saben qué están haciendo en cada fase. Por otro lado, Quispe (2020) en su estudio de diseño preexperimental afirma que la solución paso a paso no debe ser rígida, sino flexible, permitiendo que los estudiantes expliquen el razonamiento en cualquier momento durante el procedimiento. Esta manera de trabajar promueve un tipo de evaluación más equitativa y formativa, ya que permite al evaluador determinar no solo si la respuesta es correcta, sino también cómo se obtuvo la respuesta. Del mismo modo, Mena (2021), en su estudio cuantitativo no experimental, enfatiza el hecho de que cuando se utilizan instrumentos como laptops XO u otro software educativo, los estudiantes pueden visualizar de manera interactiva los pasos del proceso, lo que les motiva y compromete más en la resolución de problemas geométricos.

3.1.2. Uso de fórmulas geométricas

Emplear determinadas fórmulas de la geometría es una de las estrategias que ha sido muy utilizada en la enseñanza-aprendizaje de la geometría, especialmente en la búsqueda del área y el volumen de las formas geométricas. Este tipo de enseñanza permite aplicar ciertos conocimientos matemáticos que los estudiantes poseen de forma ordenada en sus mentes, ayudándoles a resolver problemas prácticos en el espacio tridimensional. El estudio realizado por Dantas y Mathias (2016), que tuvo un enfoque cuantitativo con un diseño cuasiexperimental, hace evidente que a los estudiantes se les enseña a calcular volúmenes de sólidos geométricos clásicos como cubos, cilindros, conos o esferas mediante el cálculo memorístico. No obstante, aclaran que el conocimiento rara vez se utiliza de manera creativa y la mayoría de las veces no se adapta a contextos que involucran sólidos no convencionales. Así, aunque la aplicación de fórmulas son algunas de las técnicas más básicas, también deben ir acompañadas de otras estrategias que promuevan una comprensión más profunda de la geometría, especialmente el desarrollo de un cuerpo y el sentido del volumen. Así mismo, Sousa *et al.* (2021) señalan que “el uso del software GeoGebra mejora significativamente la estrategia, porque proporciona a los estudiantes ayudas visuales tridimensionales, permitiendo la comprensión intuitiva de las relaciones de diferentes dimensiones geométricas y sus correspondientes fórmulas” (p. 5).

3.1.3. Descomposición en figuras conocidas

Es una estrategia pedagógica eficaz el desglosar un cuerpo geométrico en formas reconocibles para la solución de problemas tridimensionales. Esto implica segmentar un sólido

geométrico en componentes más sencillos e identificables cuyas características, como su área o volumen, se pueden determinar mediante una fórmula proporcionada. Este enfoque mejora el aprendizaje porque permite a los estudiantes crear nuevas ideas a partir del conocimiento previo y facilitar la comprensión de formas complejas o no convencionales. Dantas y Mathias (2016) señalan que muchos estudiantes tienen dificultades para aplicar fórmulas de volumen cuando los objetos no se presentan en formas geométricas básicas. El análisis ofrece una forma de resolver problemas porque permite que las formas complejas se piensen como combinaciones de formas más simples y familiares, lo que habilita el uso de fórmulas conocidas. De esta manera, promueven un pensamiento más analítico y mejoran las habilidades para resolver problemas.

Sousa *et al.* (2021) proponen que el uso de herramientas tecnológicas, especialmente GeoGebra, mejora esta estrategia, ayudando a los estudiantes a identificar las características y componentes de un sólido más complejo, ya que el software facilita la visualización y manipulación en 3D. Esta estrategia ayuda a los estudiantes a superar la brecha de conocimiento entre la geometría 2D y la 3D.

3.1.4. Visualización y representación gráfica

La visualización gráfica y su representación constituyen una estrategia central en la enseñanza de la geometría, especialmente al trabajar con cuerpos geométricos. Ayuda a los estudiantes a interpretar y construir mentalmente figuras en 3D, modelos visuales, mejorando así sus habilidades de resolución de problemas en razonamiento espacial.

En la investigación cualitativa y con diseño exploratorio de Sousa *et al.* (2021), la aplicación de recursos tecnológicos como GeoGebra mejora esta estrategia promoviendo la interacción de figuras con mayor dinamismo. Los estudiantes pueden observar cómo las formas planas generan objetos tridimensionales al girar alrededor de un eje. GeoGebra ayuda en la visualización de los sólidos de revolución en un entorno tridimensional. Esto ayuda a abordar algunos de los desafíos típicos que se encuentran al pasar de la geometría bidimensional a la geometría tridimensional. Comprender los objetos geométricos implica una comprensión de la dualidad entre concepto e imagen. Para que el aprendizaje sea verdaderamente significativo, debe existir un equilibrio en ambos componentes, el cual se logra a través de representaciones gráficas y herramientas digitales. En este caso, la rotación y la manipulación gráfica de los cuerpos generan intuición y favorecen el razonamiento geométrico espacial.

3.2. Recursos digitales y tecnológicos en la enseñanza de cuerpos geométricos

En la última década, diversos estudios han integrado recursos tecnológicos en la enseñanza-aprendizaje de la geometría tridimensional, estudiando los poliedros y sólidos de revolución, esto ha permitido una mejor comprensión del desarrollo bidimensional de un cuerpo tridimensional, favoreciendo la habilidad de visualización. Entre recursos utilizados destacan los siguientes: GeoGebra; Cabri 3D y SkethUp, así como aplicaciones de realidad aumentada. La razón de esta inclusión se basa en los beneficios que proporcionan estas tecnologías, que incluyen visualizaciones dinámicas, construcciones 3D manipulables, retroalimentación inmediata y vínculos más tangibles entre la abstracción y la realidad. Tales características fomentan la experimentación y exploración de los estudiantes, facilitando así un aprendizaje más significativo en geometría espacial (Ausubel, 1963; Bruner, 1961, como se citó en Oyervide-Jumbo y Vergara-Ibarra, 2023). Por su parte Navarro et al. (2024) sostiene que la utilización de recursos tecnológicos mejora el nivel académico y genera percepciones positivas entre el estudiante, promoviendo un mayor aprendizaje de los contenidos.

3.2.1. GeoGebra para el aprendizaje de cuerpos geométricos

GeoGebra es el software para la enseñanza de matemática que integra geometría, álgebra, estadística y cálculo en un mismo programa, lo que facilita la construcción de figuras con doble representación: en el plano, vista gráfica 2D, y en el espacio, vista gráfica 3D. La transición entre vistas permite la representación dinámica y precisa de objetos geométricos; además, permite calcular sus medidas: longitudes, áreas, volúmenes y visualizar transformaciones como rotaciones o cortes de sección plana. Este tipo de visualización ayuda a comprender lo abstracto y lo concreto, promoviendo así una comprensión más intuitiva (Melgarejo *et al.*, 2018). En este contexto, De Sousa *et al.*, (2021) en Brasil estudiaron el programa GeoGebra como herramienta para sólidos de revolución en geometría espacial; utilizó una metodología cualitativa, de tipo exploratorio, y fue dirigido a estudiantes de 15 a 17 años. En sus resultados informan que el uso de GeoGebra permite superar obstáculos de información abstracta en imágenes concretas, favoreciendo el desarrollo de la intuición espacial y la conexión entre el objeto geométrico y su representación en el contexto real.

En Ecuador, Oyervide y Vergara (2023) y León y Guachun (2024) aplicaron software GeoGebra en la enseñanza de geometría del espacio, específicamente en la simulación de sólidos de revolución y en el estudio de prismas y pirámides, respectivamente. Ambos trabajos, enmarcados en un enfoque cuantitativo con diseños cuasiexperimentales, demostraron aumento

en el logro de aprendizajes de los estudiantes que emplearon GeoGebra en comparación con los estudiantes que utilizaron metodologías tradicionales. Además de los beneficios en la comprensión del cálculo de volúmenes y las propiedades de prismas y pirámides, también se evidenció el incremento de la motivación y de las habilidades de visualización espacial, lo que confirma la eficacia de este recurso tecnológico para promover aprendizajes significativos y autónomos. Por su parte, Quispe (2020) investigó, bajo un enfoque cuantitativo y diseño preexperimental, la influencia del software GeoGebra en la enseñanza-aprendizaje de cuerpos geométricos en veinte estudiantes del tercer grado de secundaria en Huancavelica. Los resultados mostraron una mejora significativa en el rendimiento académico, con un promedio posttest de 15,48 y una tasa de aprobación del 100 %. De forma similar, Palomino (2024), en su tesis doctoral, investigó la influencia del software GeoGebra en el aprendizaje de la geometría del espacio en veintinueve estudiantes de Quinto Grado de Secundaria, utilizando un diseño cuasiexperimental. En los resultados de su evaluación diagnóstica, los estudiantes obtuvieron un promedio de 10,7 puntos, y al finalizar la intervención con GeoGebra, tuvo una media de 15,5. Ambos estudios demuestran la eficacia del software para optimizar el aprendizaje de la geometría tridimensional y fortalecer la comprensión de cuerpos geométricos al construir y visualizar de manera interactiva el desarrollo de estos.

Sin embargo, no todos los estudios coinciden en sus conclusiones. Dantas y Mathias (2016), Melgarejo et al. (2018) y Oblitas (2021) encontraron que, aunque GeoGebra facilitó la visualización, algunos estudiantes enfrentaron dificultades para transitar de representaciones bidimensionales a tridimensionales. Subrayan la importancia de la preparación docente para el éxito de estas intervenciones: el software por sí solo no garantiza la mejora; es el uso pedagógico que el profesor haga de él lo que le confiere valor educativo. Esto resalta la necesidad de capacitación docente en GeoGebra y el diseño de actividades adecuadas, de modo que las potencialidades de la herramienta se traduzcan efectivamente en aprendizaje significativo.

3.2.2. SketchUp en la visualización de cuerpos geométricos

SketchUp es un programa informático de modelado 3D, fácil de usar, lo que ha permitido su incorporación en el ámbito educativo, ya que permite proyectar objetos desde un plano bidimensional a representaciones tridimensionales. Rojas (2018) señala que la interfaz intuitiva de SketchUp, las herramientas para dibujar elementos geométricos básicos: líneas, curvas y formas especificando su posición y tamaño, así como su capacidad de modelado y visualización 3D, lo convierten en una herramienta pedagógica para enseñar geometría. Su

aplicación en el aula posibilita que los estudiantes manipulen cuerpos geométricos, superando las representaciones bidimensionales y comprendiendo de manera concreta nociones como área y volumen.

Las investigaciones de la aplicación de este programa en educación muestran resultados satisfactorios. Abdullah *et al.* (2022), en Malasia, en un estudio experimental evaluaron el impacto de estrategias de enseñanza en geometría 3D y SketchUp. La investigación con un enfoque cuantitativo contó con la participación de 34 educandos de quinto curso. Los resultados mostraron un progreso en el desempeño de los estudiantes con una diferencia estadística ($p = 0,05$) antes y después de las actividades de aprendizaje. En tal sentido, se evidenció mejoras en los procesos cognitivos de visualización, rotación y transformación de elementos tridimensionales y en el razonamiento geométrico en las habilidades visuales y espaciales de los estudiantes.

En Perú, Rojas (2018) realizó un estudio titulado SketchUp como recurso interactivo en el aprendizaje de geometría del espacio en el quinto grado de Educación Secundaria de Lima. El estudio, de tipo cuantitativo con diseño cuasiexperimental, realizó la comparación de dos grupos: el grupo control desarrolló las clases de forma tradicional y el grupo experimental lo realizó con apoyo del software. La investigación demostró que la utilización del software SketchUp en las actividades de aprendizaje ayuda a desarrollar capacidades de modelar objetos y sus transformaciones geométricas, aplicar estrategias, procedimientos para resolver problemas, comunicar su comprensión sobre las formas y orientarse en el espacio, llegando a la argumentación y explicación de propiedades, generando un aprendizaje significativo de la geometría tridimensional.

3.2.3. Cabri 3D para modelar y construir cuerpos geométricos

Cabri 3D es un software de geometría que permite dinamizar la construcción, manipulación, visualización y exploración de propiedades en formas tridimensionales. Se trata de una herramienta matemática que cuenta con interfaz fácil de usar, cuenta con la capacidad de representación en tres dimensiones, favorece la comprensión de nociones geométricas complejas y la resolución de problemas. Su uso permite no solo asimilar propiedades de los cuerpos en el espacio, sino también visualizar y construir teoremas relacionados con la geometría espacial.

Con la finalidad de estudiar la influencia de Cabri 3D en el aprendizaje de la geometría espacial, Condori y Galindo (2015) llevaron a cabo una investigación cuantitativa de tipo

preexperimental, con 15 estudiantes del Cuarto Grado de Secundaria en Arequipa, y tuvieron como objetivo determinar el impacto de Cabri 3D en el aprendizaje de los poliedros. Los resultados obtenidos muestran en el pretest del grupo experimental un promedio de 12.53 puntos, mientras que en el post test alcanzaron 15.27 puntos. Estos autores concluyen que el uso de software influyó significativamente en el aprendizaje de los poliedros, permitiendo a los estudiantes visualizar y manipular sólidos, reforzando su intuición y construcción de conceptos por sí mismos.

Del mismo modo, Gonzáles y Ruíz (2017) implementaron un programa sobre enseñanza de la geometría interactiva basado en el programa Cabri 3D, con el propósito de mejorar el aprendizaje de sólidos geométricos. El estudio de tipo preexperimental se desarrolló con 25 estudiantes, a quienes aplicaron una prueba objetiva antes y después de la implementación del programa, la cual fue calificada en cuatro niveles de logro. En el test diagnóstico, el 100% de los estudiantes estaban en el nivel Inicio; luego de haberse aplicado el programa, el 32% de los estudiantes se ubican en Proceso, 28% Logro Previsto y 24% Logro Destacado. Estos resultados permitieron a los autores concluir que el uso de Cabri 3D permitió a los estudiantes desarrollar habilidades en la representación bidimensional a partir de la exploración de figuras tridimensionales y la utilización de propiedades para resolver problemas de sólidos geométricos.

3.2.4. Realidad aumentada y cuerpos geométricos

La realidad aumentada (RA) es una tecnología en auge que genera una nueva realidad a través de la mezcla de datos físicos con información virtual, permitiendo generar imágenes tridimensionales. En este contexto, López *et al.* (2023) realizaron un estudio sobre la implementación de la realidad aumentada en el aprendizaje de la geometría en el espacio con estudiantes de tercero de bachillerato, en Ecuador. Dicho estudio estuvo enmarcado en un enfoque cuantitativo, cuasiexperimental. Luego de aplicar el pretest y posttest a cuarenta y dos estudiantes, se verificó que el grupo experimental obtuvo 7.25 puntos en promedio, en comparación a los 5.60 puntos del grupo control. Se menciona en la investigación que la realidad aumentada se combinó con el programa GeoGebra 3D, mejorando el rendimiento en la comprensión de formas geométricas y potenciando las habilidades en el aprendizaje de la geometría del espacio de los estudiantes.

En Colombia, Gaitán *et al.* (2021) realizaron un estudio con un enfoque cuantitativo de tipo descriptivo, con el objetivo de fortalecer el pensamiento geométrico en estudiantes de

octavo grado mediante el desarrollo de una estrategia didáctica basada en el modelado 3D y la realidad aumentada, orientada al reconocimiento, visualización y construcción de sólidos geométricos. Luego de la aplicación del pretest y postest a 51 estudiantes de octavo grado, se evidenció mejoras en algunos niveles de razonamiento geométrico propuestos por Van Hiele (reconocimiento, análisis y clasificación). Sin embargo, a pesar de los resultados favorables de la investigación, es necesario fortalecer el trabajo en la estrategia didáctica con las vistas isométricas de un sólido geométrico, pues los estudiantes no lograron desarrollar eficientemente los niveles de deducción y rigor.

Reflexiones finales

Se logró cumplir con el objetivo general de la investigación al analizar las estrategias y recursos que se han utilizado en el periodo 2015-2024 para favorecer el aprendizaje de los cuerpos geométricos en educación secundaria. Se evidenció en los diferentes estudios que la combinación de estrategias didácticas y materiales tecnológicos como GeoGebra, SketchUp, Cabri 3D y realidad aumentada, junto con enfoques teóricos como el modelo de Van Hiele y la resolución de problemas, fortalece eficientemente en los estudiantes el desarrollo del pensamiento espacial. Estos recursos facilitan la comprensión y visualización más eficiente de los cuerpos geométricos, fomentando así un aprendizaje más activo y significativo.

En referencia a la definición y caracterización de cuerpos geométricos, se concluye que son figuras tridimensionales que poseen largo, ancho y altura, volumen y ocupan espacio. Desde una perspectiva didáctica, los cuerpos geométricos se clasifican en cuerpos poliédricos, que están limitados por superficies planas poligonales; estos son poliedros regulares, prismas y pirámides, y cuerpos redondos, que son generados por el movimiento rotatorio de una figura plana alrededor de un eje, dando origen al cilindro, cono y esfera. Actualmente, en el Perú, el aprendizaje de los cuerpos geométricos se desarrolla a través de la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización, la cual facilita al estudiante no solo adquirir conocimiento, sino relacionar la geometría con situaciones reales de su día a día.

Las principales teorías psicopedagógicas que se han utilizado en el aprendizaje de los cuerpos geométricos con el conductismo, que ofrece práctica guiada por el docente y reforzamiento para automatizar habilidades elementales observables (Skinner, 1970); el constructivismo destaca la construcción activa del conocimiento y el apoyo social a través del andamiaje en la ZDP (Vygotsky, 1978) y la reorganización progresiva de esquemas mentales que van de lo concreto a lo formal (Piaget, 1969); el cognitivismo destaca la organización de

la información en estructuras previas (Ausubel, 1983) y el tránsito por representaciones activas, icónicas y simbólicas (Bruner, 1960) lo que permite interiorizar elementos, propiedades y relaciones espaciales en los cuerpos geométricos. Así mismo, modelos matemáticos como el de Polya (1945), quien propuso un modelo de cuatro pasos para resolver problemas, y el de Van Hiele (1957) que describe la evolución del razonamiento geométrico en cinco fases. En resumen, estas teorías y modelos promueven el razonamiento, el desarrollo del pensamiento crítico, la creatividad y la autonomía en los estudiantes.

En relación a las estrategias didácticas para el aprendizaje de cuerpos geométricos en secundaria, se identificó que el uso de fórmulas geométricas sigue siendo un pilar en la enseñanza de la geometría; sin embargo, si se emplean de manera excesiva, conlleva que los estudiantes aprendan de memoria sin llegar a comprender realmente los conceptos y su aplicación en determinados contextos; así mismo, la utilización de recursos visuales y gráficos junto a la descomposición en figuras conocidas de los cuerpos geométricos en figuras más simples facilita a los estudiantes resolver problemas tridimensionales y potenciar el pensamiento analítico. No obstante, existen dudas sobre la efectividad de esta estrategia en los estudiantes que no tienen conocimientos previos, visualización y representación gráfica.

Las herramientas tecnológicas como GeoGebra, SketchUp y Cabri 3D han demostrado ser útiles para que los estudiantes comprendan mejor los cuerpos geométricos y desarrollen habilidades espaciales. Sin embargo, su uso en las instituciones educativas enfrenta varios retos: requieren salas de cómputo y dispositivos adecuados, tener acceso a internet y profesores capacitados. Finalmente, la realidad aumentada está ganando campo como estrategia de aprendizaje para cuerpos geométricos; sin embargo, los elevados requisitos técnicos y la ausencia de propuestas para su implementación continúan siendo obstáculos significativos para numerosos estudiantes y profesores.

Por último, se han identificado aportes y vacíos en la revisada bibliográfica realizada. En los aportes se identificó que para lograr un aprendizaje significativo de los cuerpos geométricos se debe trabajar desde un enfoque integral, donde se combinen estrategias didácticas correctamente planificadas, la incorporación de recursos tecnológicos como GeoGebra, SketchUp, Cabri 3D y realidad aumentada, combinando estas herramientas con marcos teóricos como el modelo de Van Hiele, la resolución de problemas y el constructivismo. En cuanto a los vacíos, existen brechas en la documentación de experiencias prácticas con tecnología educativa en ámbitos rurales, pues los estudios revisados se realizaron en ámbitos urbanos. Además, continúa predominando una enseñanza tradicional sin conexión con

situaciones reales. Esta limitación dificulta una comprensión a profundidad y más aplicable de la geometría. Después de los hallazgos surge la propuesta de emplear recursos tecnológicos en espacios rurales mediados por el enfoque de resolución de problemas, para fomentar el razonamiento, el pensamiento crítico, la creatividad y la autonomía en los estudiantes y lograr un aprendizaje significativo en el estudio de los cuerpos geométricos.

Referencias bibliográficas

- Abdullah, A., Abd Wahab, R., Mokhtar, M., Atan, N., Abd Halim, N., Surif, J., Mohd Zaid, N., Mohamad, Z., Ibrahim, N. H., Abdul, U., Hamzah, M., y Abd Rahman, S. (2022). DOES SketchUp Make Improve Students' Visual-Spatial Skills? *IEEE Access*, 10(1), 13936-13953. <https://ieeexplore.ieee.org/document/9696249>
- Ccasa, Y. y Vargas, J. (2024). *Software GeoGebra y la Competencia Resuelve Problemas de Forma, Movimiento y Localización en una Institución Educativa de Andahuaylas 2024* [Tesis de Pregrado, Universidad Católica de Trujillo “Benedicto XVI”]. repositorio UCT. <https://repositorio.uct.edu.pe/items/bd460c2b-d7bb-466d-b16e-13b740c51331>
- Chávez, J. (2022). *Los Procesos Didácticos y el Desarrollo de Competencias Matemáticas en la I.E. 20930 “Virgen de la Merced”- Sayan - 2022* [Tesis de Maestría, Universidad José Faustino Sánchez Carrión]. <https://repositorio.unjfsc.edu.pe/handle/20.500.14067/6940>
- Condori, M. y Galindo, M. (2015). *Aplicación del software Cabri 3D y su influencia en el aprendizaje de los poliedros*. [Tesis de Pregrado, Universidad Nacional de San Agustín]. Repositorio UNSA. <http://repositorio.unsa.edu.pe/handle/UNSA/1948>
- Dantas, S., y Mathias, C. (2016). Formas de Revolução e Cálculo de Volume. *Ciência E Natura*, 39(1), 142–155. <https://periodicos.ufsm.br/cienciaenatura/article/view/24428>
- De Sousa, R. T. de, Azevedo, I. F. de, & Alves, F. R. V. (2021). El software GeoGebra como recurso para sólidos de revolución en geometría espacial. *Tecnología Educativa*, 6(1), 43-52. <https://tecedu.uho.edu.cu/index.php/tecedu/article/view/260/239>
- Duarte, J. (2018) Reforzamiento escolar en el área de Matemática en los estudiantes de los Institutos Josefa Toledo De Aguerri, Floresmilda Díaz Suarez, Leopoldina Castrillo y Pablo Hurtado, del municipio de Juigalpa, Chontales [Tesis Doctoral, Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua]. Repositorio UNAN. <https://repositorio.unan.edu.ni/id/eprint/15404/2/15404.pdf>
- Gaitán, J. C., Moreno, C. D., y Yopasá, M. (2021). *Modelado 3D y realidad aumentada para la enseñanza de los sólidos geométricos* [Tesis de Maestría, Universidad La Gran Colombia]. Repositorio UGC. <https://repository.ugc.edu.co/>

- González, A y Ruíz, M (2017). *Programa educativo “Geometría Interactiva” basado en el Software Cabri 3D para el desarrollo de la capacidad actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización en los estudiantes de Cuarto Grado de Educación Secundaria de la I.E “Juan Tomis Stack” – 2016* [Tesis de Pregrado, Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque]. Repositorio UNPRG. <https://repositorio.unprg.edu.pe/handle/20.500.12893/3260>
- Guzmán, G. (2019). *Diseño de una aplicación interactiva que utilice realidad aumentada en la creación de contenidos educativos* [Tesis de Maestría, Universidad Autónoma de Bucaramanga]. Repositorio UNAB. <https://goo.su/iA5szL>
- Henao, V. (2020) *GeoGebra como mediador didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de los Cuerpos Redondos, una visión desde la Teoría de las Situaciones Didácticas* [Tesis de Pregrado, Universidad Católica de Manizales]. Repositorio UCM. <https://repositorio.ucm.edu.co/handle/10839/3037>
- Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación* (6.^a ed.). McGRAW-HILL / Interamericana Editores, S.A.
- Jara, C. (2015). *Aplicación del modelo de razonamiento de Van Hiele mediante el uso del Software GeoGebra en el aprendizaje de la geometría* [Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle]. Repositorio UNE. <https://repositorio.une.edu.pe/handle/20.500.14039/954>
- Leon-Lliguisupa, E., y Guachun-Lucero, P. (2024). Software GeoGebra como herramienta tecnológica en 3D para la enseñanza de Prismas y Pirámides: Una práctica didáctica. *Código Científico Revista de Investigación*, 5(1), 112-136. <https://revistacodigocientifico.itslosandes.net/index.php/1/article/download/372/822/1052>
- López, J. A., García, J. P., Villacís, D. I., y Vizúete, F. O. (2023). Aplicación de la realidad aumentada y aprendizaje de la geometría en el espacio para tercero de bachillerato de la unidad educativa el Empalme. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(1), 9446-9462. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i1.5140
- Melgarejo, C., Torres, J., González, J. y Delgado, O. (2018). Software GeoGebra como herramienta en enseñanza y aprendizaje de la Geometría. *Educación y Ciencia*, 1(22), 387–402 <https://doi.org/10.19053/0120-7105.eyc.2019.22.e10059>

- Mena, S. D. (2021). *Programa modelos de procesos matemáticos con las laptops XO para mejorar la motivación de logro en el área de matemática* [Tesis de maestría, Universidad Nacional De Cajamarca]. Repositorio UNC. <http://hdl.handle.net/20.500.14074/5961>
- Ministerio de Educación del Perú. (2015). *Rutas del Aprendizaje*. <https://goo.su/ZuDiAc>
- Ministerio de Educación del Perú. (2016). *Currículo nacional de la educación básica*. <https://goo.su/8mLgjW>
- Navarro, F. D., Víquez, L. D. C., Jiménez, J. R., Ortega, R. S., y Araya, J. A. Z. (2024). Sólidos de revolución y TIC en la educación. Evaluación de una propuesta para su enseñanza. *Revista Digital Matemática Educación e Internet*, 24(2), 1-19 <https://www.redalyc.org/journal/6079/607975560003/html/>
- Oblitas, M. (2021). *Influencia del software educativo GeoGebra en el aprendizaje de las figuras geométricas del espacio* [Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Cajamarca]. Repositorio UNC. <https://repositorio.unc.edu.pe/handle/20.500.14074/5523>
- Oyervide-Jumbo, V. N., y Vergara-Ibarra, J. L. (2023). Estrategia didáctica para la enseñanza del volumen de los sólidos de revolución. *MQRInvestigar*, 7(3), 2259-2277. <https://www.investigarmqr.com/ojs/index.php/mqr/article/view/566>
- Palomino, N. (2024). *Influencia del Software GeoGebra en el Aprendizaje de la Geometría del Espacio* [Tesis Doctoral, Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle]. Repositorio UNE. <https://repositorio.une.edu.pe/handle/20.500.14039/11114>
- Pedraza, J. (2022). *Realidad aumentada como herramienta para el fortalecimiento del pensamiento geométrico en estudiantes de grado quinto, Bucaramanga* [Tesis de Maestría, Universidad de Santander]. Repositorio UDES. <https://goo.su/Ry8i>
- Quispe, C. (2020). *Uso de GeoGebra en el aprendizaje de cuerpos geométricos en estudiantes del tercer grado de educación secundaria* [Tesis de segunda Especialidad, Universidad Nacional de Huancavelica]. Repositorio UNH. <https://apirepositorio.unh.edu.pe/server/api/core/bitstreams/a4688176-ade1-4378-af2d-d0929bbbf29/content>
- Rojas, M. (2018). *SketchUp como herramienta interactiva en el aprendizaje de geometría del espacio*. [Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle]. Repositorio UNE. <https://repositorio.une.edu.pe/handle/20.500.14039/2290>